

**KOMBINASI ESTIMATOR KERNEL GAUSSIAN ORDER TINGGI DENGAN  
SIMULASI HISTORIKAL TERHADAP PENGUKURAN VALUE AT RISK (VaR)  
RETURN PORTFOLIO**

**Zulfikar<sup>1)</sup>, Muhyiddin Zainul Abidin<sup>1)</sup>, Ali Priyono<sup>2)</sup>, Ali Mudlofar<sup>2)</sup>**

<sup>1)</sup>Fakultas Teknologi Informasi Universitas KH. A. Wahab Hasbullah

<sup>2)</sup>Prodi Pendidikan Agama Islam, STAI Bahrul 'Ulum

Tambakberas Jombang, Jawa Timur

Email: [zulfikardia@gmail.com](mailto:zulfikardia@gmail.com)

<https://zulfikarinsi.wordpress.com>

**Abstract**

*Experts assume that measures the risk of financial asset returns generally have a normal distribution. Reality often shows asset returns are not normally distributed, so that the constraints and make it difficult to estimate the risk of taking the measurements. For it is necessary to develop methods of risk measurement, VaR on asset returns regardless of the form of distribution as a form of financial risk estimation.*

*In this research the size of the financial risk VaR calculation that will be developed in the form of High-order kernel estimator of VaR with historical simulation method approach. This method implements the VaR measurement and VaR sensitivity of the asset return data are first estimated using a combination of historical simulations and high-order kernel estimators.*

*The data used is the return data obtained from the calculation of the closing price (closing price) daily stock of PT Astra International Tbk (ASII) and PT. Telekomunikasi Indonesia Tbk. (TKLM) trading for one year ie from January 2, 2012 until December 28, 2012 are taken from the Indonesia Stock Exchange (IDX). Return assumed to be independent for each time period.*

*Test results obtained Portfolio Return value estimate VaR with Historical Simulation estimation methods and the combination of high order kernels increase with increasing order kernel estimates and tend to be larger than the Historical Simulation estimation methods. Statistical properties indicates that the value of symmetry (Skewness) data distribution is generally obtained values close to zero ie between values of 0.06 and 1.06, which means the portfolio return data distribution approximates the shape of a symmetrical distribution. Moderate slope values (the kurtosis) showed the highest value of -1.53, which means the value of the distribution of the portfolio return data are within the scope of normal distribution in which the kurtosis value for the normal distribution is 3. Test sensitivity of VaR portfolio return data shows that the assumption of 99% for a confidence level and a one-year time horizon, VaR at 4,396% a year means 252 days of hope in the risk by 11 days on market movements.*

**Keywords:** *Return of assets, Value at Risk, High-order kernel estimator, Historical Simulation*

## **1. PENDAHULUAN**

Dalam konsep usaha telah lama dikenal interaksinya antara resiko dan keuntungan, sehingga dalam dunia usaha pengelolaan keuangan untuk investasi diperlukan manajemen khusus yang dapat menangani segala kemungkinan resiko yang timbul. Manajemen tersebut harus

mampu mengeluarkan konsep-konsep yang dapat menekan resiko dan mampu meningkatkan keuntungan yang dikenal dengan manajemen resiko.

Sebelumnya banyak ahli financial mengasumsikan *return asset* berdistribusi normal. Markowitz (1952), telah menyusun secara eksplisit resiko dan keuntungan dalam konteks asset financial portofolio. Pendapat lain seperti Ross (1976) menggunakan argument pengembangan model-model asset berharga seperti teori *Capital Asset Pricing Model* (CAPM) dan teori *Arbitrage Pricing Theory* (APT) berkaitan dengan *return asset* pada faktor-faktor resiko lainnya yang secara umum *return asset* berdistribusi normal. Permasalahannya model tersebut tidak bisa dibuktikan secara empiris (Bradley dan Taqqu, 2001), bahkan kadang-kadang *return asset* memiliki distribusi *heavy tail* seperti diperkenalkan oleh Mandelbrot (1963) bahwa distribusi *heavy tail* ditunjukkan secara jelas pada financial berbentuk *time series*.

Setiap pendekatan untuk pengembangan statistik ukuran resiko yang menyeluruh berguna untuk menyaring informasi dari pendugaan distribusi *return* dalam portofolio perdagangan di akhir periode holding (biasanya satu hari). Perhatian praktisi keuangan berpusat pada rujukan umum statistik pada *Value at Risk* (VaR). VaR adalah tingkat *return* yang mungkin diberikan (biasanya, 5%, 3%, 2% atau 1 %) pada perjalanan *return* yang kurang dari tingkat itu. Selain itu, VaR adalah estimasi titik pada perolehan persentil pada fungsi distribusi kumulatif ( $cdf = cumulative\ distribution\ function$ ) pada *return* portofolio. Pada semua kasus yang ada, estimasi titik ini hanya statistik dari pendugaan distribusi *return* yang digunakan dalam analisis VaR.

Untuk itu perlu dikembangkan metode pengukuran resiko VaR pada *return asset* tanpa melihat bentuk distribusinya sebagai bentuk estimasi resiko finansial. Ukuran perhitungan resiko financial VaR yang dikembangkan berupa VaR Estimator Kernel dengan pendekatan simulasi historikal. Metode ini menerapkan pengukuran VaR dan sensitivitas VaR pada data *return asset* yang terlebih dahulu diestimasi dengan menggunakan kombinasi simulasi historical dan estimator kernel order tinggi. Keputusan menggunakan estimator kernel ini diharapkan model estimasi dari analisis kernel order tinggi menjadi valid yang ditunjukkan dengan nilai *Mean Square Error* (MSE) yang semakin kecil. Diharapkan metode ini memberikan solusi yang praktis terhadap penyelesaian masalah perhitungan resiko *return asset* bagi kebijakan manajemen resiko pada perusahaan dengan melihat sifat-sifat estimator VaR dan koherensi sebagai syarat kecukupan ukuran resiko finansial.

## 2. KAJIAN LITERATUR

### a. Estimator Parametrik

Metode parametric secara khusus adalah bentuk  $f$ , dan estimasi  $f$  dapat ditulis sebagai,

$$\hat{f}(x) = \frac{1}{\hat{\sigma}\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\hat{\mu}}{\hat{\sigma}}\right)^2\right] \quad (1)$$

Dimana  $\mu$  dan  $\sigma^2$  diestimasi secara konsisten dari data masing-masing sebagai,

$$\hat{\mu} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad \text{dan} \quad \hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \hat{\mu})^2$$

### b. Estimasi Nonparametrik

Kelemahan metode parametrik adalah perlu menetapkan fungsi densitas parametrik yang sebenarnya. Dalam nonparametric  $f(x)$  alternative secara langsung diestimasi tanpa mengangsumsikan bentuknya. Sesuai dengan pendapat Davidson (2004), estimasi dengan metode nonparametric merujuk pada jenis teknik estimasi yang tidak eksplisit termasuk estimasi parameter.

#### 1) Estimator kernel Gaussian

Fungsi kernel yang digunakan adalah Kernel Gaussian

$$K(u) = \phi(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{u^2}{2}\right), \quad -\infty < u < \infty.$$

#### 2) Kernel Order Tinggi

Dalam penelitian ini digunakan kernel order  $p$  batasan-batasan:

$$a). \int K(z) dz = 1$$

$$b). \int z^i K(z) dz = 0, \quad i = 1, 2, \dots, p-1$$

### c. Value at Risk (VaR)

VaR dapat didefinisikan sebagai estimasi kerugian maksimum yang akan didapat selama periode waktu (*time period*) tertentu dalam kondisi pasar normal pada tingkat kepercayaan (*confidence interval*) tertentu. Setiap perubahan nilai ini akan memberikan kerugian semakin meningkat, walau kelihatannya kecil. Sepakat dengan RMG (1999), bahwa tidak ada yang tak masuk akal tentang tingkat konfidensi. Pemilihan tingkat konfidensi untuk resiko pasar, perusahaan-perusahaan rekomendasi umumnya adalah menempatkan tingkat konfidensi tidak terlalu tinggi, yaitu nilai 95% sampai 99%.. Aturan konversi waktu dalam perhitungan VaR dinyatakan sebagai '*Square root of time rule*', sehingga konversi periode waktu dalam perhitungan VaR dapat dituliskan sebagai berikut (Tsay, RS, 2005):

$$VaR(t) = \sqrt{t} VaR \quad (2)$$

Selain itu diperlukan juga asumsi bahwa distribusi *return* harian tidak bisa berubah pada horizon panjang, yang membatasi kelas distribusi sehingga disebut *family stable*, dimana normal sebagai anggotanya. Dengan demikian ukuran VaR adalah,

$$VaR(T \text{ days}) = VaR(1 \text{ day}) * \sqrt{T} \quad (3)$$

### d. Simulasi Historikal

Simulasi historikal menggunakan portofolio asset pada poin utama dalam waktu dan kemudian menilai kembali sejumlah waktu portofolio, menggunakan riwayat harga untuk asset-asset dalam portofolio. Penilaian portofolio menghasilkan distribusi keuntungan dan kerugian yang dapat diuji untuk menentukan VaR pada portofolio dengan pemilihan *level confidence*. Definisikan besaran waktu sebagai  $t$ ; diamati data dari satu sampai ke- $t$ . Arus nilai portofolio adalah  $P_t$ , yang mana merupakan fungsi pada arus faktor-faktor resiko digunakan untuk membentuk nilai hopitetik pada arus portofolio dengan skenario baru:

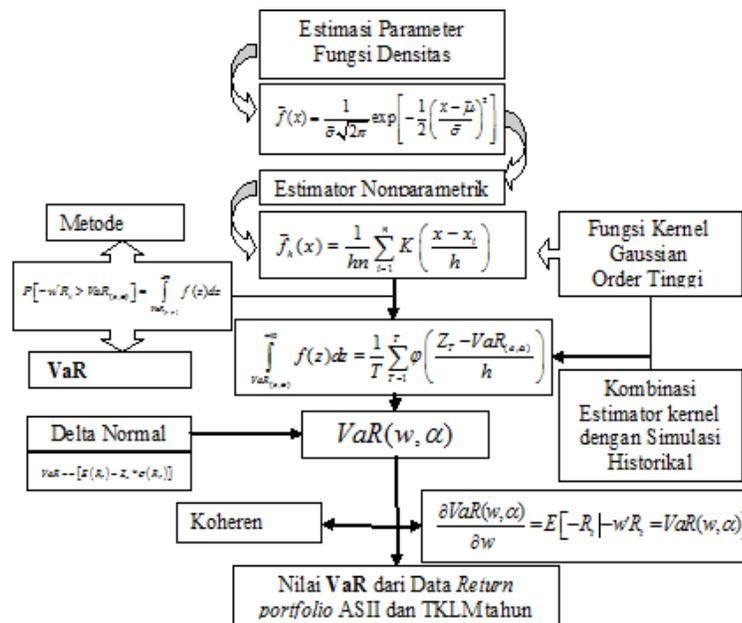
$$P^k = P[f_1^k, f_2^k, \dots, f_N^k] \quad (4)$$

Kita sekarang bisa menghitung perubahan nilai portofolio dari posisi arus  $R^k = (P^k - P_t) / P_t$ . Kita pilih *return* dan pilih secara teliti yang berpasangan pada quantile,  $R_p(c)$ . VaR didapatkan dari perbedaan antara rata-rata dan *quantile*:

$$VaR = E[R_p] - R_p(c) \tag{5}$$

**3. METODE PENELITIAN**

Tahapan penelitian meliputi, diawali dengan tahapan estimasi parameter dengan menggunakan fungsi densitas kernel dalam bentuk fungsi padat peluang (*pdf*), dan fungsi distribusi cumulative (*cdf*). Tahapan penelitian ini lebih jelasnya dapat dilihat pada gambar 3.1 berikut:



**Gambar 3.1.** Metodologi Penelitian

Metode yang digunakan berdasarkan tahapan penelitian dapat dijelaskan sebagai berikut :

**a. Kajian Teoritis VaR**

Mengkaji estimator kernel Gaussian order tinggi untuk mengukur VaR dan sensitivitas VaR pada return asset portofolio, dengan langkah-langkah:

- 1) Mengestimasi fungsi pada peluang (*pdf*) dan fungsi distribusi kumulatif sebuah portofolio return asset.
- 2) Mengestimasi fungsi padat peluang (*pdf*) dengan kernel Gaussin order ke-j.
- 3) Mengestimasi fungsi kernel Gaussian dalam ukuran VaR untuk:  $\int_{\hat{VaR}(a,\alpha)}^{+\infty} \hat{f}(z)dz = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \varphi\left(\frac{z_t - \hat{VaR}(a,\alpha)}{h}\right)$  mendapatkan fungsi, (Vargas and Coria, 2003)
- 4) Menguji syarat-syarat kecukupan VaR untuk ukuran resiko return asset (Gourieroux, et. al., 2001).

Membangun kombinasi estimator ernel order tinggi dengan simulasi historikal untuk mengukur VaR dengan tiga langkah (Butler and Schacter, 1996 and 1998), yaitu:

- 1) Menaksir fungsi padat peluang (*pdf*)  $f_{\Delta P}(x)$  dan fungsi distribusi frekuensi (*cdf*)  $f_{\Delta P}(x)$  pada return portopolio;
- 2) Menaksir distribusi order statistik berkorespondensi dengan taraf konfidensi, dan;
- 3) Mengestimasi VaR menggunakan momen *pdf* untuk order statistik  $R_{i,*}$ , ditentukan oleh *quantile*  $(1 - \alpha)$ . Moment pertama, nilai rata-rata,  $ER_{i,k}$ , menaksir  $-VaR$ , dan moment kedua, variansi,  $VarR_{i,k}$ , mencerminkan secara seksama estimasi VaR. Standart deviasi dapat digunakan untuk membangun interval konfidensi.

### b. Implementasi VaR

Menghitung VaR dan sensitivitas VaR *return asset* portofolio terhadap saham ASII dan TKLM dari data BEI tahun 2012, yaitu:

- 1) VaR dengan Simulasi Historikal dengan pendekatan Kernel Gaussian
- 2) VaR dengan Simulasi Historikal dengan pendekatan Kernel Order Tinggi.

## 4. ANALISIS DAN IMPLEMENTASI

### a. Analisis pada Estimasi Densitas Kernel

Misalkan pada estimasi kernel untuk nilai rata-rata dan variansi pada sebuah titik khusus  $x$ , dan menggunakan teorema Taylor dalam densitas.

$$\begin{aligned}
 E[\hat{f}_n(x)] &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n E\left[\frac{1}{h} K\left(\frac{x-X_i}{h}\right)\right] \\
 &= E\left[\frac{1}{h} K\left(\frac{x-X}{h}\right)\right] \\
 &= \int \frac{1}{h} K\left(\frac{x-t}{h}\right) f(t) dt \\
 &= \int K(u) f(x-hu) du \\
 &= \int K(u) \left[ f(x) - hu f'(x) + \frac{h^2 u^2}{2} f''(x) + o(h^2) \right] du \\
 &= f(x) + \frac{h^2 f''(x)}{2} \int K(u) u^2 du + o(h^2)
 \end{aligned}$$

Karena  $\int K(u) du = 1$  dan,  $\int u K(u) du = 0$ . Jika  $\int K(u) u^2 du = \sigma_K^2$ , maka bias estimasi densitas kernel adalah:

$$E[\hat{f}_n(x)] - f(x) = \frac{h^2 \sigma_K^2 f''(x)}{2} = o(h^2) \quad (6)$$

Sehingga bias akan menjadi nol jika bandwidth mendekati nol.

Untuk menghasilkan variansi, dengan sekali lagi menggunakan teorema Taylor:

$$\begin{aligned}
\text{Var}[\hat{f}_n(x)] &= \frac{1}{n} \text{Var}\left[\frac{1}{h} K\left(\frac{x-X}{h}\right)\right] \\
&= \frac{1}{n} \left[ E\left[\frac{1}{h^2} K^2\left(\frac{x-X}{h}\right)\right] - \left(E\left[\frac{1}{h} K\left(\frac{x-X}{h}\right)\right]\right)^2 \right] \\
&= \frac{1}{n} \left[ \int \frac{1}{h^2} K^2\left(\frac{x-t}{h}\right) dt - [f(x) - O(h^2)]^2 \right] \\
&= \frac{1}{n} \left[ \int \frac{1}{h} K^2(u) f(x-hu) du - f^2(x) + O(h)^2 \right] \\
&= \frac{1}{n} \left[ \int \frac{1}{h} K^2(u) (f(x) - huf'(x)) du - f^2(x) + O(h) \right] \\
&= \frac{f(x)}{hn} \int K^2(u) du + O(1/n)
\end{aligned}$$

Nilai akan menjadi nol jika  $nh \rightarrow \infty$ , sehingga  $n \rightarrow \infty$ . Dengan demikian kesimpulan ini sama seperti pada histogram:  $h$  menuju ke nilai nol, tetapi lebih lambat dari pada  $1/n$ .

Ketika expected error kuadrat di  $x$  adalah bias kuadrat ditambah variansi,

$$\frac{h^4 \sigma_K^4 (f''(x))^2}{4} + \frac{f(x)}{hn} \int K^2(u) du + \text{kecil}$$

Error kuadrat integrated expected adalah:

$$ISE \approx \frac{h^4 \sigma_K^4}{4} \int (f''(x))^2 dx + \frac{\int K^2(u) du}{nh}$$

Diferensiasi  $h$  untuk bandwidth optimal  $h_{opt}$ , didapatkan

$$\begin{aligned}
h_{opt}^3 \sigma_K^4 \int (f''(x))^2 dx &= \frac{\int K^2(u) du}{nh} \\
h_{opt} &= \left( \frac{\int K^2(u) du}{\sigma_K^4 \int (f''(x))^2 dx} \right)^{1/5} n^{-1/5} = O(n^{-1/5})
\end{aligned} \tag{7}$$

### b. Estimasi VaR Kernel

Dengan menggunakan kernel Gaussian yang dipilih secara teorikal untuk mendapatkan  $h$  optimal seperti persamaan berikut:

$$h_{opt} = \left\{ \frac{2f^3(v_p) b_K}{\sigma_K^4 f^2(v_p)} \right\}^{1/3} n^{-1/3}$$

Disini  $b_K$  dan  $\sigma_K^2$  dikenal setelah pemilihan  $K$ . Pendekatan yang digunakan dalam metode ini adalah untuk mendapatkan  $h$  dalam estimasi  $f(v_p)$  dan  $f'(v_p)$  dalam rumus di atas.

Sebagai bentuk aplikasi metode VaR dengan menggunakan estimator kernel, misalkan:

$$w = \begin{bmatrix} w_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ w_n \end{bmatrix} = [w_1 \dots w_n]'$$

$$R_p = w'R_t = \sum_{i=1}^n w_i * R_{i,t}$$

$$P[-w'R_t > VaR(a, \alpha)] = \int_{VaR(a, \alpha)}^{+\infty} f(z) dz \tag{8}$$

Dengan menempatkan kembali fungsi  $f(z)$  yang tidak diketahui oleh estimasi kernel kita dapatkan:

$$\hat{f}(z) = \frac{1}{Th} \sum_{i=1}^T K\left(\frac{z_t - z}{h}\right)$$

Sehingga:

$$\int_{\hat{VaR}(a, \alpha)}^{+\infty} \hat{f}(z) dz = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^T \varphi\left(\frac{z_t - \hat{VaR}(a, \alpha)}{h}\right)$$

Maka didapatkan:

$$\hat{VaR}(a, \alpha) = \arg \min \left( \frac{1}{T} \sum_{i=1}^T \varphi\left(\frac{z_t - \hat{VaR}(a, \alpha)}{h}\right) - \alpha \right)^2 \tag{9}$$

**c. Sensitivitas VaR**

Pertimbangkan bahwa VaR pada 1 horisontal yang didefinisikan sebagai:

$$P_t [a' \Delta p_{t+1} < -VaR_t(a, \alpha)] = \alpha. \tag{10}$$

Nilai VaR tergantung pada vector pada alokasi portofolio. Dalam prakteknya, pengelola portofolio harus meng-update portofolio secara rutin, dan harus memiliki konsentrasi yang besar dan berdampak pada updating resiko (atau dalam pelayanan keuangan). Oleh karena itu, seorang menejer harus konsentrasi besar terhadap efek alokasi portofolio dalam VaR.

Gambaran secara analitik pada turunan order pertama dan kedua VaR dengan nilai pada alokasi portofolio yang diturunkan dalam Gourieroux, Laurent, Scaillet (2000):

$$i) \frac{\partial VaR_t(a, \alpha)}{\partial a} = -E_t [\Delta p_{t+1} | a' \Delta p_{t+1} = -VaR_t(a, \alpha)].$$

$$ii) \frac{\partial^2 VaR_t(a, \alpha)}{\partial a \partial a'} = \frac{\partial \text{Log} q_{a,t}}{\partial z} [-VaR_t(a, \alpha)] V_t [\Delta p_{t+1} | a' \Delta p_{t+1} = -VaR_t(a, \alpha)]$$

$$+ \left\{ \frac{\partial}{\partial z} V_t [\Delta p_{t+1} | a' \Delta p_{t+1} = z] \right\}_{z=-VaR_t(a, \alpha)} \tag{11}$$

dimana  $q_{a,t}$  menandakan fungsi padat peluang (*pdf*) kondisional pada VaR yang bisa ditulis dalam sebutan moment kondisional order pertama dan kedua pada perubahan harga disekitar kondisional:

$$a' \Delta p_{t+1} = -VaR_t(a, \alpha).$$

Sensitivitas VaR bisa diuji secara langsung untuk perubahan harga berdistribusi normal. Misalkan kita tandai dengan  $\mu_t, \Omega_t$  masing-masing sebagai rata-rata dan variansi kondisional pada  $\Delta p_{t+1}$ . VaR adalah diberikan oleh:

$$VaR_t(a, \alpha) = -a'\mu_t + \phi^{-1}(1-\alpha)(a'\Omega_t a)^{1/2}.$$

Sebagai contoh, kita dapatkan:

$$\begin{aligned} \frac{\partial VaR_t(a, \alpha)}{\partial a} &= -\mu_t + \frac{\Omega_t a}{(a'\Omega_t a)^{1/2}} \phi^{-1}(1-\alpha) \\ &= -\mu + \frac{\Omega_t a}{a'\Omega_t a} [VaR_t(a, \alpha) + a'\mu_t] \\ &= -E_t [\Delta p_{t+1} | a'\Delta p_{t+1} = -VaR_t(a, \alpha)]. \end{aligned} \tag{12}$$

Bentuk formula tertutup pada sensitivitas VaR adalah digunakan untuk adjustment granulasi pada kredit portofolio yang besar (Wilde, 2001).

#### d. Standart Error Estimasi

Kernel  $K_1$  dapat menjadi persamaan kernel dengan pemilihan bandwidth  $b$  yang secara obyektif sebagai fungsi meminimalkan  $b$  adalah:

$$R(b) = \frac{1}{n} \sum_{j \in T} q_{nj} \{m(\omega_j) - \hat{m}_b(\omega_j)\}^2 \tag{13}$$

Didefinisikan dengan pembobot  $q_{nj} = I(|j| \leq [K_n])$ , dimana  $k_n$  adalah integer tergantung pada  $n$ . Jika nilai  $kn = [0,05n]$ , yang berarti hanya 10% periodogram tertutup untuk nilai frekuensi nol. Secara alami, ketertarikan untuk estimasi hanya  $\phi(0)$ . Sekali lagi estimasi  $I_n(0)$  oleh pemilihan  $j \in T$ , sebagai  $I_n(0)$  termasuk asimptotik berbeda. Diferensiasi ditunjukkan dalam estimasi unbiased  $R(b)$  adalah:

$$r(b) = \frac{1}{n} \sum_{j \in T} q_{nj} \{W_j - \hat{m}_b(\omega_j)\}^2 + \frac{\pi^2}{6} \left(1 - \frac{4\pi K(0)}{nb}\right) \sum_{j \in T} q_{nj} \tag{14}$$

Penolakan istilah tanpa melibatkan  $b$ , fungsi obyek dibutuhkan untuk meminimalisasi maka:

$$\frac{1}{n} \sum_{j \in T} q_j \{W_j - \hat{m}_b(\omega_j)\}^2 + \frac{2\pi^3 K(0)}{3nb} \sum_{j \in T} q_j \tag{15}$$

Dalam estimasi pada  $f(v_p)$ , secara sederhana kita pilih:

$$\hat{f}(v_p) = \omega_{\hat{\gamma}, \hat{\sigma}, \hat{\nu}0,05}(\hat{v}_{ph}), \tag{16}$$

Yang diperoleh pada pemilihan bandwidth- $h$  seperti yang dijelaskan sebelumnya.

#### e. Implementasi VaR

Pada sub bagian ini akan dibahas tentang perhitungan VaR dan sensitivitas VaR *return asset* portofolio terhadap saham ASII dan TKLM dari data Simulasi.

Misalkan keuntungan dari dua aset dalam portofolio adalah R1 untuk saham ASII dan R2 untuk saham TKLM. Juga, asumsikan bobot dari dua aset dalam portofolio adalah  $w_1$  dan  $w_2$ . Perhatikan bahwa jumlah bobot dari aset dalam portofolio harus 1. Pengembalian dari portofolio

hanya akan menjadi rata-rata tertimbang dari pengembalian dari dua aset, seperti yang ditunjukkan di bawah ini:

$$R_p = w_1R_1 + w_2R_2$$

Keuntungan Diharapkan untuk Portofolio Aset Dua adalah tingkat pengembalian diharapkan dari portofolio adalah sama dengan rata-rata tertimbang dari pengembalian aset individu dalam portofolio.

$$R_p = w_1R_1 + w_2R_2,$$

dimana:

$R_p$  = return ekspektasi portofolio

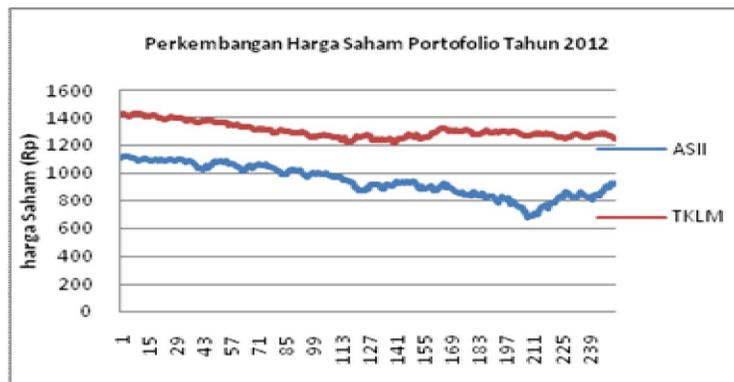
$w_1$  = proporsisi portofolio investasi aset 1

$R_1$  = return ekspektasi aset 1

$w_2$  = proporsisi portofolio investasi aset 2

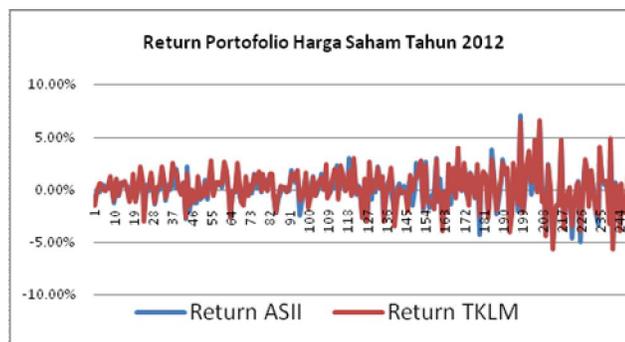
$R_2$  = return ekspektasi aset 2

Berdasarkan perkembangan harga saham portofolio dari dua aset yang telah diinvestasikan selama 252 hari tahun 2012 seperti terlihat pada gambar berikut:



**Gambar 2.** Perkembangan Harga Saham Portofolio dari ASII dan TKLM

Pada gambar 2 di atas terlihat bahwa ada kecenderungan penurunan harga baik yang ditunjukkan oleh ASII dan TKLM selama 252 hari perdagangan saham berlangsung.



**Gambar 3** Return Portofolio Harga Saham

Berdasarkan tampilan dari return portofolio pada gambar 3 selanjutnya dilakukan pengukuran Value at Risk (VaR) terhadap data return portofolio harga sama ASII dan TKLM selama 252 hari perdagangan. Ada dua metode yang digunakan untuk mengukur VaR, yaitu metode Simulasi Historikal dan metode Simulasi Historikal dengan pendekatan Kernel Gaussian order tinggi.

### 1) VaR dengan Simulasi Historikal dengan Pendekatan Kernel Gaussian

Perhitungan VaR dengan metode ini dimulai dengan rumusan  $VaR = E[R_p] - R_p(c)$  dari persamaan 5, yaitu:

$$VaR_{1-\alpha} = \mu(R) - R_\alpha$$

Dimana VaR  $(1 - \alpha)$  adalah estimasi VaR pada tingkat confiden  $100 \times (1 - \alpha)\%$ ,  $\mu(R)$  adalah nilai rata-rata series pada return simulasi atau P&L portofolio dan  $R_\alpha$  adalah return terburuk series simulasi P&Ls portofolio, dengan kata lain return series simulasi P&L yang berkorespondensi dengan tingkat  $\alpha$  signifikansi.

Perhitungan VaR portofolio dengan pendekatan Kernel Gaussian berdasarkan bentuk aplikasi metode VaR dengan menggunakan estimator kernel seperti terlihat pada persamaan 11, perhitungan VaR dengan pendekatan kernel sebagai:

$$\hat{VaR}(a, \alpha) = \arg \min \left( \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \varphi \left( \frac{z_t - \hat{VaR}(a, \alpha)}{h} \right) - \alpha \right)^2$$

Berdasarkan fungsi kernel untuk perhitungan VaR pada persamaa 11. dan persamaan 2 di atas maka perhitungan VaR dengan metode Simulasi Historikal dan pendekatan Kernel Gaussian terlihat pada table 1.

**Tabel 1.** Hasil perhitungan VaR Return asset Portofolio

No.	VaR Portofolio	Tail Probability			
		99%	95%	90%	85%
1.	Simulasi Historikal	43.958,57	33.874,13	22.655,22	15.669,50
	Persentase	4,396%	3,387%	2,266%	1,567%
2.	Pendekatan Kernel Gaussian	44.061,78	33,977,34	22.702,55	15.772,71
	Persentase	4,406%	3,398%	2,270%	1,577%

Berdasarkan hasil VaR pada tabel di atas terlihat bahwa nilai VaR dengan metode Simulasi Historikal cenderung lebih rendah dibandingkan dengan metode pendekatan Kernel Gaussian.

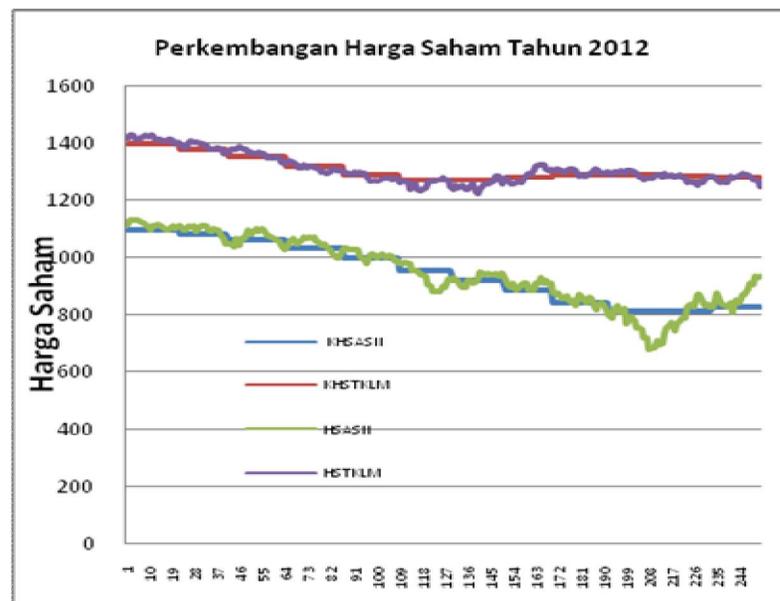
Untuk melihat sifat-sifat statistik dari perhitungan VaR didapatkan nilai rata-rata dan standar deviasi seperti ditunjukkan table berikut:

**Tabel 2.** Nilai rata-rata dan Standar Deviasi Portofolio

No.	Metode	Saham ASII			Saham TKLM		
		Nilai rata-rata	Standar Deviasi	Varians	Nilai rata-rata	Standar deviasi	Varians
1.	Simulasi Historikal	858,04	17.078,55	130,69	520,25	6.287,58	79,29
2.	Pendekatan Kernel Gaussian	1.129,84	6.772,96	82,30	351,67	2.783,25	52,76

Pada tabel 2 terlihat bahwa dengan pendekatan kernel portofolio return asset memberikan angka yang lebih rendah pada nilai standat deviasi dan variansi, baik untuk asset ASII maupun TKLM.

Hubungan antara metode perhitungan VaR dengan Simulasi Historikal dan Pendekatan Kernel Gaussin jelasnya dapat dilihat pada gambar 4 berikut:

**Gambar 4.** Perkembangan Harga Saham

Keterangan Gambar:

HASII : Simulasi Historikal untuk saham ASII

HSTKLM : Simulasi Historikal untuk saham TKLM

KHSASII : Simulasi Historikal pendekatan Kernel Gaussian untuk ASII

KHSTKLM : Simulasi Historikal pendekatan Kernel Gaussian untuk YKLM

Pada gambar terlihat bahwa tampilan grafik dengan pendekatan kernel cenderung lebih halus dimana sesuai dengan fungsi kernel sebagai penghalus persamaan fungsi.

## 2) VaR dengan Simulasi Historikal dengan Pendekatan Kernel Order Tinggi.

Estimasi VaR dengan metode Semulasi Historikal dengan pendekatan kernel sampai pada order 4 terlihat pada tabel 3.

**Tabel 3.** Estimasi VaR dengan Simulasi Historikal dengan Kernel Order Tinggi

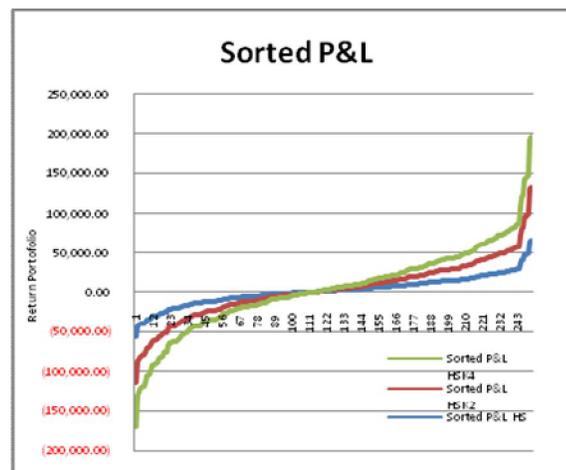
(100%- $\alpha$ )	HSK order 4		HSK order 2		HS	
	VaR	%	VaR	%	VaR	%
99%	45.037	4,504	44.061	4,406	43,958	4,396
95%	34.953	3,495	33.967	3,397	33.874	3,387
90%	23.678	2,368	22.702	2,270	22.655	2,266
85%	16.748	1,675	15.772	1,577	15.669	1,567

Keterangan:

HSK : Simulasi Historikal pendekatan Kernel

HS : Simulasi Historikal

Pada tabel 3 terlihat bahwa nilai estimasi VaR semakin meningkat dengan meningkatnya order estimasi kernel. Pola hubungan estimasi VaR metode Simulasi Historikal dengan pendekatan kernel order tinggi terlihat pada gambar sorted P&L sebagai berikut:



**Gambar 5.** Sorted P&L estimasi VaR

Keterangan gambar:

HSK4 : metode Simulasi Historikal pendekatan Kernel order 4

HSK2 : metode Simulasi Historikal pendekatan Kernel order 2

HS : metode Simulasi Historikal

Hasil analisis deskriptif estimasi harga saham dengan metode Simulasi Historikal dengan pendekatan Kernel order Tinggi pada tabel 4.

**Tabel 4.** Hasil Analisis Deskriptif Harga Saham

	ASII			TKLM		
	HS	HSK2	HSK4	HS	HSK2	HSK4
Mean	948,05	946,77	944,72	1310,20	1309,70	1316,60
SE-mean	7,28	6,53	8,07	3,23	2,59	2,65
Standart Deviasi	115,57	103,68	128,09	51,30	41,10	42,00
Variansi	13356,01	10748,96	16407,24	2635,60	1690,00	1766,70
Co-var	12,19	10,95	13,56	3,92	3,14	3,19
Skewness	- 0,20	0,06	- 0,76	0,81	1,06	0,80
Kurtosis	- 0,96	- 1,53	- 0,10	- 0,40	- 0,36	- 0,70

Hasil analisis pada tabel 4 menunjukkan bahwa nilai skewness berkisar antara 0,06 dan 1,06 yang berarti mendekati nilai nol sebagai bentuk distribusi data simetris. Sedangkan untuk nilai kurtosis berada dikisaran -0,10 sampai dengan nilai -1,53 yang berarti data cenderung berada dalam cakupan distribusi normal karena nilai kurtosisnya kurang dari 3.

## 2. Estimasi dan Sensitivitas VaR

Estimator kernel untuk mengukur VaR dan sensitivitasnya pada tiap-tiap factor. Prosedur empiris akan dipertimbangkan sama seperti pemilihan metode Delta-Normal. Proses metode tersebut adalah:

### a. Langkah Pertama. Estimasi PDF dan CDF Return Portofolio

Estimator kernel digunakan untuk menghitung fungsi padat peluang (PDF) return pada portofolio likulitas.

Sebut saja estimator kernel seperti yang ada pada persamaan 4.6 sebagai berikut:

$$\hat{f}_h(x) = \frac{1}{hn} \sum_{i=1}^n K\left(\frac{x-x_i}{h}\right)$$

$$K(u) = (2\pi)^{-\frac{1}{2}} \exp\left(-\frac{u^2}{2}\right)$$

Dimana  $K(u)$  adalah fungsi kernel Gaussian.

Dalam kasus ini kita estimasi PDF Return portofolio, yang berada pada wilayah data  $(-\infty, +\infty)$ , sehingga dirancang kernel Gaussian untuk pendekatan pada tipe data ini. Estimator kernel sangat sensitive pada nilai parameter bandwidth  $h$ , sehingga aturan pemilihan digunakan “*Rule of Thumb*”.

Perbandingan nilai kurtosis dan skewness distribusi normal dan nilai return portofolio terlihat pada tabel 5.

**Tabel 5.** Perbandingan Nilai Kurtosis dan Skewness

	Distribusi Normal	Portofolio
Skewness	0,0000	- 0,0375
Kurtosis	3,0000	1,4840

Berdasarkan tabel 5 di atas terlihat bahwa portofolio tidak berdistribusi normal, sehingga pengukuran VaR tidak melibatkan kekhususan distribusi return portofolio yang bisa ditunjukkan untuk estimasi unbiased.

#### b. Langkah Kedua. Estimasi VaR dan Sensitivitasnya

Pada perhitungan VaR yang menggunakan Fungsi Densitas Kernel, penyelesaian terhadap nilai VaR dengan meminimalisir persamaan berikut:

$$\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \varphi \left( \frac{z_t - \hat{VaR}(a, \alpha)}{h} \right) = \alpha$$

$$\hat{VaR}(a, \alpha) = \arg \min \left( \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \varphi \left( \frac{z_t - \hat{VaR}(a, \alpha)}{h} \right) - \alpha \right)^2$$

Sehingga didapatkan nilai seperti terlihat pada tabel 4.6.

**Tabel 6.** Nilai Kurtosis, Skewness dan VaR

Skewness	- 0,0375
Kurtosis	1,484
VaR 99%	4,396

Langkah berikutnya menghitung sensitivitas VaR untuk tiap-tiap faktor resiko, sesuai dengan persamaan berikut:

$$\frac{\partial VaR(w, \alpha)}{\partial w} = \frac{\frac{1}{Th} \sum_{t=1}^T (-R_t) K \left( \frac{-w'R_t - \hat{VaR}(w, \alpha)}{h} \right)}{\frac{1}{Th} \sum_{t=1}^T K \left( \frac{-w'R_t - \hat{VaR}(w, \alpha)}{h} \right)}$$

**Tabel 7.** Nilai VaR untuk estimasi Simulasi Historikal dan Pendekatan Kernel

Portofolio	VaR	
	HS	HSK
ASII	0,012	0,038
TKLM	0,042	0,075

Pada asumsi 99% untuk tingkat kepercayaan dan waktu horizon satu tahun, VaR pada 4,396% berarti satu tahun dalam 252 hari harapan resiko sebesar 11 hari pada pergerakan pasar. Untuk resiko dekomposisi teramati kontribusi yang cukup besar bahwa ASII memberikan kontribusi kerugian sebesar 1,2% untuk metode Simulasi Historikal dan 3,8% untuk metode Simulasi Historikal dengan pendekatan Kernel. Begitu juga untuk TKLM yang memberikan kontribusi kerugian sebesar 4,2 % untuk metode Simulasi Historikal dan 7,5 % untuk metode Simulasi Historikal pendekatan Kernel.

## 5. KESIMPULAN

Konsep manajemen resiko terhadap pengukuran VaR Portofolio menggunakan metode estimasi Simulasi Historikal dengan pendekatan Kernel Order Tinggi dari penelitian yang telah dilakukan diperoleh hasil sebagai berikut:

- a. Hasil kajian estimator Gaussian Order Tinggi untuk mengukur VaR dan Sensitivitas VaR berdasarkan estimasi fungsi PDF dan CDF diperoleh fungsi Kernel Gaussian dalam ukuran VaR dalam bentuk persamaan:

$$\hat{VaR}(a, \alpha) = \arg \min \left( \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \phi \left( \frac{z_t - \hat{VaR}(a, \alpha)}{h} \right) - \alpha \right)^2$$

Dan sensitivitas VaR dengan bentuk persamaannya:

$$\frac{\partial VaR(w, \alpha)}{\partial w} = \frac{\frac{1}{Th} \sum_{t=1}^T (-R_t) K \left( \frac{-w'R_t - \hat{VaR}(w, \alpha)}{h} \right)}{\frac{1}{Th} \sum_{t=1}^T K \left( \frac{-w'R_t - \hat{VaR}(w, \alpha)}{h} \right)}$$

- b. Hasil pengujian data keuangan Return Portofolio saham ASII dan TKLM dengan metode kombinasi pengukuran VaR Portofolio pendekatan Kernel order tinggi dan Simulasi Historikal dilakukan tiga tahapan dengan hasil sebagai berikut:
- 1) Nilai estimasi VaR Return Portofolio dengan metode estimasi kombinasi Simulasi Historikal dan kernel order tinggi semakin meningkat dengan meningkatnya order estimasi kernel dan cenderung lebih besar dibandingkan dengan metode estimasi Simulasi Historikal.
  - 2) Berdasarkan sifat-sifat statistik menunjukkan bahwa nilai kesimetrisan (Skewness) distribusi data secara umum didapatkan nilai mendekati nol yaitu antara nilai 0,06 dan 1,06, yang berarti distribusi data return portofolio mendekati bentuk distribusi yang simetris. Sedang nilai kemiringan (kurtosis) menunjukkan nilai paling tinggi sebesar -1,53, yang berarti nilai distribusi data return portofolio berada didalam cakupan distribusi normal dimana untuk distribusi normal nilai kurtosisnya adalah 3.
  - 3) Hasil uji sensitivitas VaR data return portofolio menunjukkan bahwa asumsi 99% untuk tingkat kepercayaan dan waktu horizon satu tahun, VaR pada 4,396% berarti satu tahun dalam 252 hari harapan resiko sebesar 11 hari pada pergerakan pasar.

## 6. REFERENSI

- Abdurrahman (2007), Buku Ajar Pengantar Statistika Keuangan, Universitas Gajah Mada, Yogyakarta.
- Agarwal and K. Nataraj (2010). Improvising Portfolio Value at Risk Using Filtered Historical Simulation. Greater Noida, India: Birla Institute of Management Technology (BIMTECH).
- Artzner, P. Delbaen, F., Eber, J. M. and Heath, D. (1977). Thinking Coherently. Risk, **10**, 68-71.
- Best, Philip, (1998). Implementing Value at Risk, John Wiley & Sons Ltd, England.
- Bosq, D. (1998). Nonparametric Statistics for Stochastic Processes, Lecture Note in Statistics, vol. 110. Heidellberg: Springer-Verlag.

- Breadley, B. O. and Taqqu, M. S., (2001), *Financial Risk and Heavy Tails*, Svetclor T., Rachev, editor, North Holland. 63 p.
- Butler, Cormac, (1999). *Mastering Value at Risk*, Pearson Education Limited, Great Britain.
- Butler, JS., and B. Schacter, (1996). *Improving Value-at-Risk Estimates by Combining Kernel Estimation with Historical Simulation*, Office of the Comptroller of the Currency, Economic & Policy Analysis, Working Paper **96-1**.
- Butler, JS., and B. Schacter, (1998). *Estimating Value at Risk with a Precision Measure by Combining Kernel Estimating with Historical Simulation*, forthcoming, *Review of Derivatives Research*.
- Cai, Z-W., and G. G. Roussas. (1998). "Efficient Estimation of a Distribution Function Under Quadrant Dependence". *Scandinavian Journal of Statistics* 25, 211-224.
- Chen, S. X. and Cheng Y. T., (2005). "Nonparametric Inference of Value-at-Risk for Dependent Financial returns". *Journal of Financial Econometrics*, vol. 3 (2), 227-255.
- Darmawi. 2004. *Manajemen Risiko*. Cetakan Kedelapan. Bumi Aksara, Jakarta.
- Davidson, R. and MacKinnon, J. (2004). *Econometric Theory and Method*. New York, Oxford University Press.
- Djohanputro. 2006. *Manajemen Risiko Korporat Terintegrasi*. Cetakan kedua. PPM, Jakarta.
- Gourieroux, C., Laurent, J.P., and Scaillet, O., (2001). *Sensitivity Analysis of Values at Risk*. *Journal of Empirical Finance*, Vol. 7(3-4), 225-245.
- Hardle, W. (1991), *Applied Nonparametric Regression*, Cambridge University Press, Cambridge.
- Husnan, S., (1994). *Dasar-dasar Teori Portofolio dan Analisis Sekuritas*, Edisi Kedua, Unit Penerbit dan Percetakan AMP YKPN, Yogyakarta.
- Jogiyanto, P., (2003), *Teori Portofolio dan Analisis Investasi*, edisi 3, BPFE, Yogyakarta.
- Jorion, Phillippe, (2002). *Value at Risk: The New Benchmark for Managing Financial Risk*, The McGraw-Hill Companies, Inc.,
- Kountur. 2004. *Manajemen Risiko Operasional*. PPM, Jakarta.
- Markowitz, H., (1952). "Portfolio Selection," *Journal of Finance*, 7(1): 77-91.

- Murphy, K. M., and Welch, F., (1990), Empirical Age-Earning Profiles, *Journal of Labour Economic* **8**(2), 202-229
- Racine, J. (1998), Bias-Corrected Kernel Regression, Department of Economics, University of South Florida, Tampa, FL., USA 33620.
- RiskMetrics Group. (1999). *Risk Management: Practical Guide*. First Edition, RiskMetrics Group.
- Ross, S. A., (1976), The Arbitrage Theory of Capital Asset Pricing, *Journal of Economic Theory*, **13**: 341 – 360
- Ruppert, D., *Statistic and Finance an Introduction*, Springer, New York, 2004
- Sartono, R. A., (2006), Var Portfolio Optimal: Perbandingan Antara Metode Markowitz Dan Mean Absolute Deviation, *Jurnal Siasat Bisnis*, **11** (1) : 37 – 50
- Situngkir, Hokky, (2006), Value at Risk yang Memperhatikan Sifat Statistika Distribusi Return, Munich Personal RePEc Archive (MPRA) Paper, 895: 1- 10
- Sofyan. 2005. *Manajemen Risiko*. Edisi Pertama. Penerbit Graha Ilmu, Yogyakarta.
- Stambaugh, F., (1996). "Risk and value at risk," *European Management Journal*. **14**: 612-621.
- Tsay, R. S., (2005), *Analysis of Finance Time Series*, second edition, John Willey and Son, New York.
- Vargas, D. D, and Coria, D. E. Z.,(2003). Non-Parametric Method: An Application for the Risk Measurement. 3er Encuentro de Economistas de Bolivia.
- Wilde, T. (2001). Probing Granularity, *Risk Magazine*, 14, 103-106.
- Yokoyama, R. (1980). "Moment Bounds for Stationary Mixing Sequences". *Probability Theory dan Related Fields* 52, 45-87.
- Zulfikar, (2005), *Komponen Bias, Variansi dan MSE Estimator Kernel dalam Regresi Nonparametrik*, Tesis, Program Studi Statistika ITS, Surabaya, 66 hal.
- Zulfikar, (2010), Kernel Order Tinggi untuk Estimasi Value at Risk (VaR) Manajemen Resiko Tenaga Kerja, *Prosiding Seminar Nasional Manajemen Teknologi XII*, MMT ITS, Surabaya. Hal ; C .1 – 6.

